LABORATÓRIO DE MÁQUINAS FERRAMENTAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ELEMENT DE MÁQUINAS

NO DE AULA

DEDALUS - Acervo - EESC
31100109307

"FADIGA DOS MATERIAIS"

EESC-USP
Biblioteca
CAMPUS DE S. CARLOS

Prof.Dr. Benedito Di Giacomo

APOSTILA
D524f

SÃO CARLOS
SETEMBRO 1991.

USP Biblioteca CAMPUS DE S. CARLOS

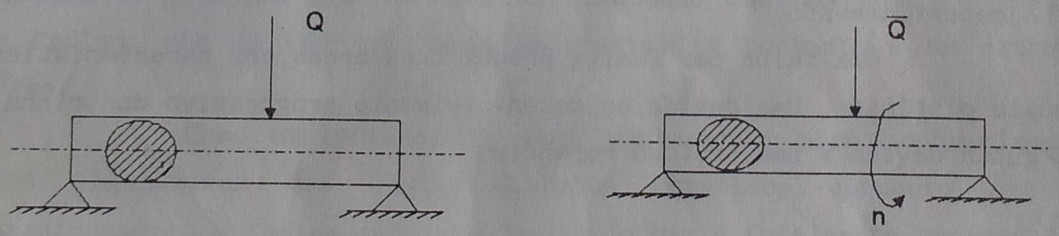
FADIGA DOS MATERIAIS

- INTRODUÇÃO

No início do século XIX, já estavam estabelecidos os primeiros conceitos de fadiga. Já era sabido que os materiais podiam suportar uma tensão mais alta quando fixa a um determinado valor do que quando sujeita a variação.

BACH, baseado nos vários trabalhos de WOHLER, foi quem primeiro separou as tensões de fadiga que poderiam ocorrer em um elemento de máquina em três diferentes tipos, ou sejam : estáticas, alternadas simétricas e flutuantes. Também teceu considerações a respeito dos coeficientes de segurança os quais estariam relacionados pelos números 1,2,3.

Por muitos anos, os resultados obtidos se mostravam muitas vezes contraditórios, porque alguns efeitos de fatores contribuintes na fadiga dos materiais só puderam ser esclarecidos recentemente. De fato, ainda hoje, restam muitos problemas não totalmente resolvidos.



Wohler, 1862, foi quem realmente concluiu em seu clássico artigo "ON MECHANICAL TEST WITH IRON AND STEEL" que a tensão a que alguns eixos de vagões de estrada de ferro se rompiam estava bem abaixo da tensão que o eixo suportaria estaticamente.

A chamada condição estática neste contexto, é caracterizada pela aplicação de carga uma única vez. Esta é uma aplicação normalmente encontrada em estruturas e alguns elementos de máquinas. Na obtenção de diagramas Tensão x Deformação por exemplo, a carga é aplicada paulatinamente existindo tempo suficiente para que as

deformações aconteçam podendo-se assim ser classificado como um procedimento estático ou algumas vezes chamado de quase estático.

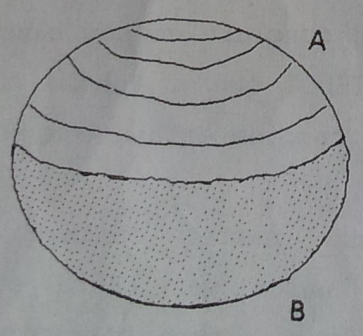
Diferindo da condição estática, tem-se os casos onde as tensões variam com o passar do tempo. Por exemplo num eixo rotativo sob flexão, uma fibra em particular na superfície do eixo passa por um ciclo de tensões de tração e de compressão durante cada volta do eixo. Se ainda esse eixo estiver carregado axialmente os limites de tensão pelo qual esta fibra deve passar flutuarão de acordo com a combinação da carga axial e da carga que provoca flexão.

- ONDE SE INICIA UMA FALHA POR FADIGA?

As falhas por fadiga se iniciam normalmente na superfície ou logo abaixo desta, como uma trinca microscópica. Não se pode observar tais trincas a olho nu e ainda é de difícil detecção por Magnaflux ou por Raio X. Esta se desenvolve em zonas de concentração de tensões (rasgos de chaveta, furos). Também são passíveis de início de trincas as marcas de estampagem, trincas internas e irregularidades causadas por usinagem.

Uma vez desenvolvida a trinca, os efeitos de concentração de tensão ficam maiores e esta progride rapidamente. Enquanto a área de tensão diminui, a tensão aumenta em grandeza até que a área restante falhe repentinamente.

Uma falha por fadiga produz duas áreas com características visuais distintas. Uma devido ao desenvolvimento progressivo da trinca e a segunda devido a uma fratura repentina.



Zona A - Devido ao movimento de abrir e fechar da trinca.

Zona B - Fosca, característica de uma ruptura violenta, muito similar à fratura em materiais frágeis tal como o ferro fundido, rompido por tração.

Fatores que contribuem no acontecimento de uma falha por fadiga :

a - Grande diferença entre os valores máximos e minímos de tensão.

b - Grande número de ciclos

c - Tensão máxima muito elevada.

Fatores que aceleram no acontecimento de uma falha por fadiga :

a - Forma geométrica (concentração de tensões)

b - Imprecisões metalúrgicas (não homogeneidade)

c - Corrosão

d - Acabamento superficial

e - Tensões residuais

f - Temperatura

g - Sobrecarga

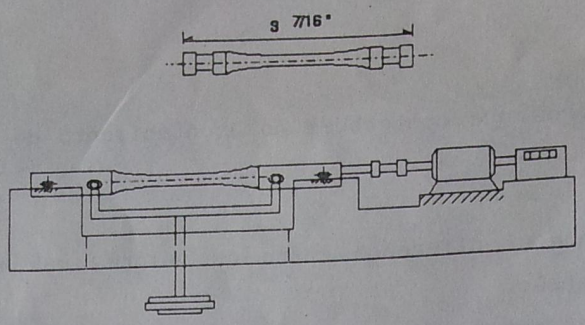
Quando um Elemento de Máquina se encontra prestes a falhar estaticamente, este apresenta uma deflexão visível, permitindo-se assim a tomada de providências necessárias. Enquando que nos casos de falha por fadiga, não se tem condições de previsão e portanto é de extremo perigo.

Como curiosidade se pode destacar o pleno conhecimento pelos engenheiros dos dimensionamentos estáticos enquanto que o dimensionamento à fadiga além de complicado não é totalmente dominado

- DIAGRAMA DE WOHLER OU S-N

Na determinação da resistência dos materiais quando sujeitos à cargas de fadiga, os corpos de prova são sujeitos à esforços cíclicos onde o número de ciclos é contado até que a peça seja rompida.

A máquina mais conhecida nos testes de fadiga é a R. R. Moore de barra rotativa e de alta velocidade.



Vista esquemática da R.R. Moore Rotating beam

Este tipo de máquina faz com que os corpos de prova fiquem sujeitos à flexão pura através de pesos conhecidos.

Os corpos de prova são usinados com grande cuidado e lapidado na direção axial evitando assim os riscos circunferenciais.

Outros tipos de máquinas de teste de fadiga para outros tipos de corpos de prova existem. São possíveis testes com cargas combinadas, torção, tensão axial flutuante, etc.

Para o estabelecimento dos Limites de Resistência à Fadiga de um determinado material, um grande número de testes deve ser feito, isto devido à natureza estatística da fadiga.

Para a construção do diagrama S-N, o primeiro teste é feito com a tensão nas proximidades da Tensão de Ruptura, segundo uma tensão ligeiramente abaixo. Continuando o processo e colocando-se os resultados num gráfico de números de ciclos contra tensão tem-se o Diagrama de Wohler.

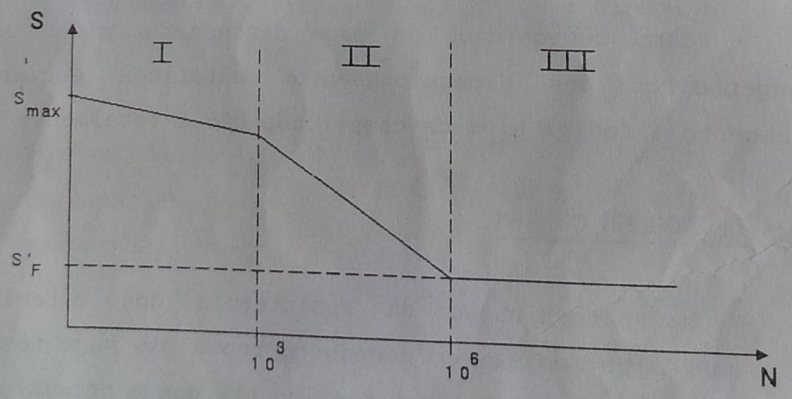


Diagrama de Wohler

É conveniente se usar papel semi-log ou log-log para enfatizar as mudanças de inclinação as quais não seriam aparentes em coordenadas cartesianas.

O diagrama S-N para os metais ferrosos e suas ligas mostra um patamar horizontal depois de um certo número de ciclos. O ponto a partir do qual a curva se torna horizontal para os aços é em torno de $3x10^6$ e 10^7 aumentando a medida em que se aumenta a tensão de ruptura estática do corpo de prova.

Cabe ressaltar ainda que o diagrama de Wohler não atinge o patamar horizontal para materiais não ferrosos tais como Al, Mg e Cu, em tais casos convencina-se o Número Crítico $Nc = 10^8$.

Três formas de análise do diagrama S-N pode ser feita .

a - O diagrama possue duas Zonas distintas :

Zona I de Fadiga de baixa ciclagem	$N = \frac{1}{2}$ até 1000
Zona II de Fadiga de alta ciclagem	$N > 1000$

b - O diagrama possue duas Zonas distintas :

I - Componentes de Vida Finita para $N = \frac{1}{2}$ até 10^7

II - Componentes de Vida Infinita para $N > 10^7$

c - O diagrama possue três zonas distintas :

I - $N < 10^3$	-	Construção Civil
II - $10^3 < N < 10^6$	-	Alguns componentes específicos em engenharia mecânica que necessitam vida curta ou não precisam vida longa.
III - $N > 10^7$	-	Componentes mecânicos em geral.

Para o bom entendimento do que é número de ciclos igual a 1 (N = 1), estabeleceu-se que este constitui na aplicação simples de

carga e retirada, então outra aplicação e novamente retirada só que em sentido contrário. N = 1/2 é o simples teste de tensão.

Considera-se de boa prática aplicar um programa de teste nos materiais a serem empregados nos projetos. Isto na verdade não é uma opção, isto é uma exigência quando se quer evitar a falha por fadiga. De acordo com essa necessidade de teste seria então desnecessário se proseguir no estudo da fadiga exceto por uma razão : O desejo de se conhecer o porquê da ocorrência das falhas por fadiga para que se possa prevenir mais eficientemente.

Como se pode perceber, pelas entre linhas, os procedimentos analíticos e de projeto apresentados aqui ou em qualquer livro que trata o assunto, não conduzirão de forma nenhuma aos resultados exatos. Estes resultados devem ser tomados como guia ou ainda como sensor daquilo que é ou não é importante nos projetos à fadiga.

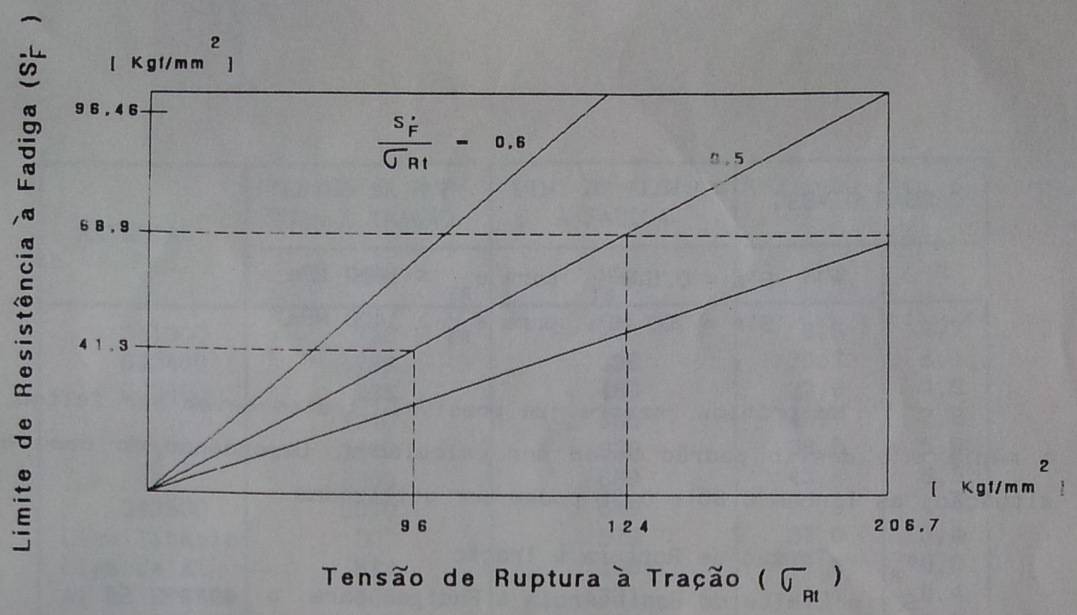
Os métodos de análise de falhas por fadiga representam na verdade a combinação de engenharia e ciência.

A maior parte das vezes a ciência propicia as respostas requeridas pela engenharia. Mesmo que a ciência não cumpra a sua parte, um avião tem que voar com segurança, um automóvel deve ter uma vida útil sem problemas e ao mesmo tempo a indústria deve produzir lucros para os acionistas.

Dessa forma, enquanto a ciência não explica os mecanismos da fadiga dos materiais, os engenheiros devem projetar peças que não falhem e apresentar soluções mesmo sem a ajuda da ciência. Muitas vezes isto é chamado Engenharia.

- ALGUNS VALORES DE REFERÊNCIA

A determinação do Limite de Resistência à Fadiga é difícil, longa e cara. Como guia pode-se colocar em um gráfico os limites de Resistência à Fadiga contra a tensão de Ruptura à Tração, tendo-se assim uma forma de aproximação rápida.



Limite de Resistência à Fadiga contra Ruptura à Tração

Outra aproximação dos Limites de Resistência à Fadiga correlacionado com as várias micro estruturas de aço pode ser tabelada.

MICROESTRUTURA	RELAÇÃO	AÇO CARBONO	AÇO LIGA
Ferrítica	S'_F / σ_{Rt}	0,57 - 0,63	———
Perlítica	S'_F / σ_{Rt}	0,38 - 0,41	———
Martensítica	S'_F / σ_{Rt}	0,25	0,23 - 0,47

Relação entre Limite de Resistência à Fadiga e Tensão de Ruptura à Traçao para diversas microestruturas

É importante ressaltar que a dispersão notada nos Limites de Resistência à Fadiga não é devido à qualquer dispersão nos limites de ruptura à tração do material.

Para uma uniformidade nos dados e para uma rápida aproximação nos Limites de Resistência à Fadiga convenciona-se que para corpos de prova em aço carbono, aço liga e forjado :

$$S'_F = 0,5.\sigma_{RT} \quad \text{para } \sigma_{RT} \leq 1400 \text{ MPa}$$
$$S'_F = 700 \text{ MPa} \quad \text{para } \sigma_{RT} > 1400 \text{ MPa}$$

Na prática, sempre que possível, testes devem ser feitos, a média e o desvio padrão devem ser calculados. Dependendo do caso e situação, as linhas 0,60 e 0,35 podem ser utilizadas.

σ_{RT} ⇒ Tensão de Ruptura à Tração
S'_F ⇒ Limite de Resistência à Fadiga para o corpo de prova
S_F ⇒ Limite de Resistência à Fadiga do elemento de Máquina

Como comentário e para enfatizar a dificuldade no estabelecimento dos Limites de Resistência à Fadiga, até a microestrutura do material influencia na sua obtenção. Por exemplo no caso de uma estrutura Martensítica, bem fina por ser frágil e quebradiça é muito mais susceptível à falha por fadiga.

Convenciona-se que para aços fundidos e ferros fundidos o Limite de Resistência à Fadiga deve ser :

$$S'_F = 0,45\ \sigma_{RT} \quad ; \quad \sigma_{RT} \leq 600 \text{ MPa}$$
$$S'_F = 275 \text{ MPa} \quad ; \quad \sigma_{RT} > 600 \text{ MPa}$$

Para as ligas de Magnésio, Alumínio, o Limite de Resistência à Fadiga aproximado para $N = 10^8$ ciclos é de 30% a 40% da Tensão de Ruptura à Tração dependendo se é fundido ou forjado .

No caso de materiais plásticos, similarmente ao que acontece com as ligas de Mg, Al e Cu, não se verifica o patamar horizontal de Limite de Resistência à Fadiga.

$$S'_F \simeq 0,18 \text{ até } 0,43\ \sigma_{Rt} \text{ para } N = 10^7$$

MATERIAL	TENSÃO DE RUPTURA À TRAÇÃO	LIM. DE RESIST. À FADIGA	DESVIO PADRÃO	
	MPa	MPa	MPa	%
Aço G41300	730	276	6,9	2,7
G43400	799	338	30,7	9,1
G43400	965	489	23,9	4,9
	1310	586	45,7	7,8
	1580	620	36,5	5,9
	1790	668	43,4	6,5
G43500	2070	689	30,3	4,4
Liga Titânio	1000	579	37,0	6,4
Liga de Al	524	186	11,1	6,0
Al ao Bronze	806	331	31,1	9,4
Liga Cu e Be	1210	248	18,6	7,5

Alguns valores de Desvio Padrão dos Limites de Resist.à Fadiga

- TIPOS DE VARIAÇÃO DE TENSÕES:

Basicamente as tensões que atuam em uma peça podem variar de duas maneiras distintas :

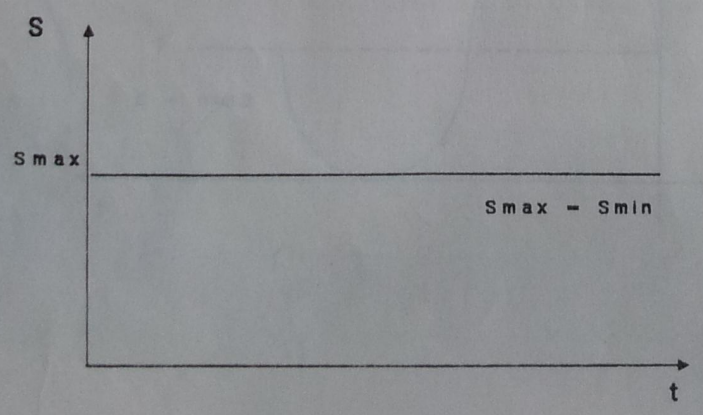
a) de forma Regular ou Cíclica

b) de forma Irregular ou Aleatória

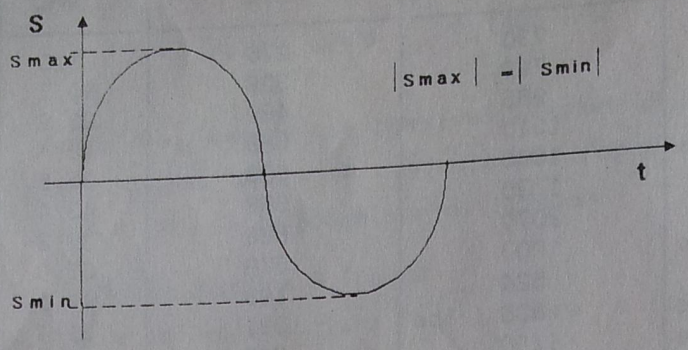
Tanto as Tensões Normais (σ), quanto as Tensões Tangenciais (τ), serão indicadas por S.

De acordo com as variações de Tensão sobre uma peça, pode-se distinguir 6 casos diferentes de solicitação :

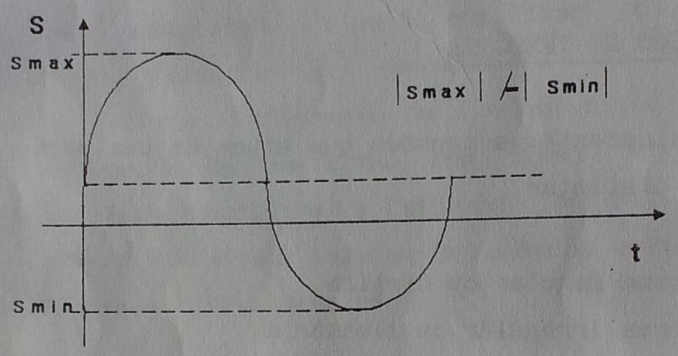
1º) Solicitação Contínua :



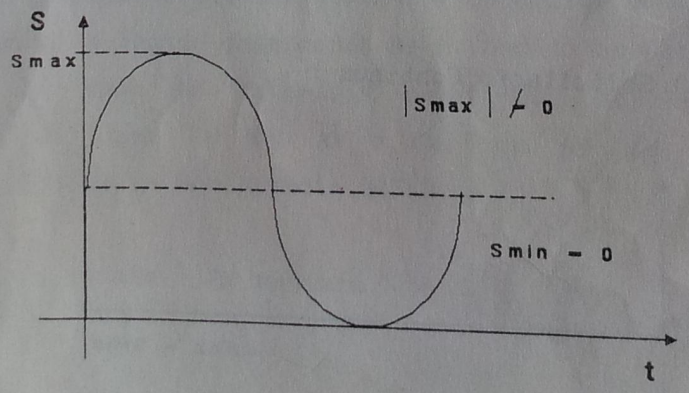
2º) Solicitação Alternada Simétrica :



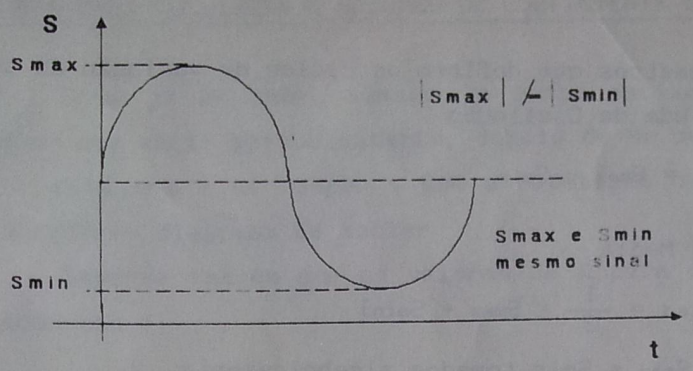
3º) Solicitação Alternada :



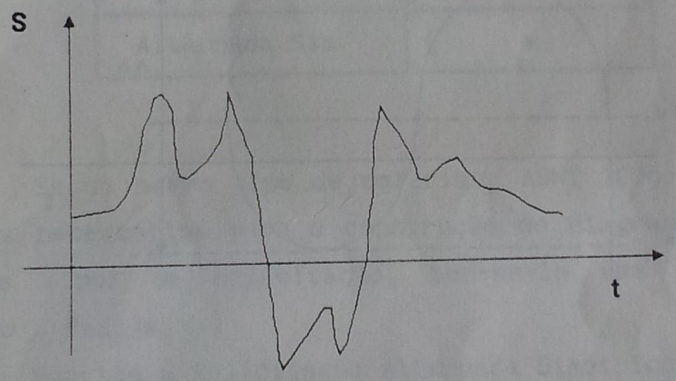
4º) Solicitação Pulsatória :



5°) Solicitação Pulsatória Ondulada :



6°) Solicitação Aleatória :



Parâmetros que definem os ciclos de variação de tensões:

1) Amplitude de Oscilação

$$An = Smax - Smin$$

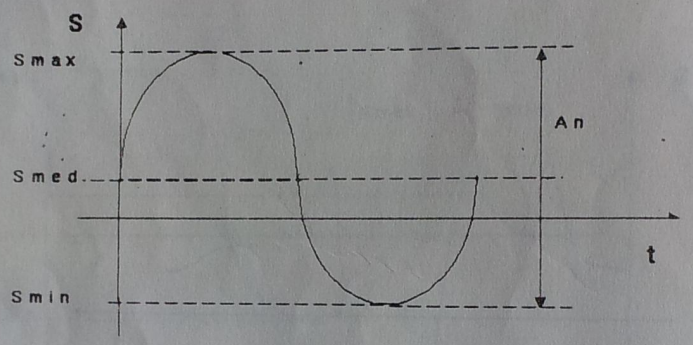
2) Tensão Média

$$Smed = \frac{1}{2} (Smax + Smin)$$

obs : Smax e Smin tomados algebricamente.

3) Coeficiente de Variação de Solicitação

$$K = \frac{Smax}{Smed}$$



- Exercício - Determinar o valor do coeficiente de variação de Solicitação para os cinco primerios tipos de solicitação antes comentados.

SOLICITAÇÃO	Smed	K = Smax/Smed	1 / K
Contínua	Smax	1	1
Alt.Simétrica	0	∞	0
Alternada	$0<\lvert Smed\rvert<\lvert Smax\rvert/2$	$2 < K < \infty$	$1/2 > K > 0$
Pulsatória	$\lvert Smax\rvert/2$	2	1/2
Pulsat.Ondulada	$Smax/2<\lvert Smed\rvert<\lvert Smax\rvert$	$1 < K < 2$	$1 > 1/n > 1/2$

- DIAGRAMA S-N PARA OS DIVERSOS VALORES DO COEFICIENTE K

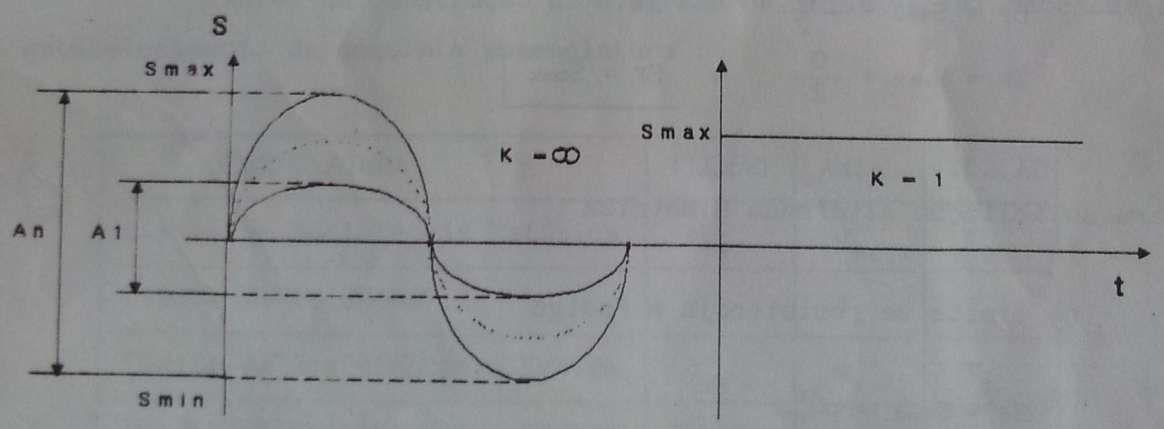
Como já se sabe, quando um corpo estiver sujeito a uma carga qualquer que varie periodicamente, depois de um determinado número de ciclos N, este vem a se romper . Com a repetição deste procedimento pode-se construir o diagrama de Wohler.

Sabe-se também que os valores de K para os diversos tipos de solicitação são :

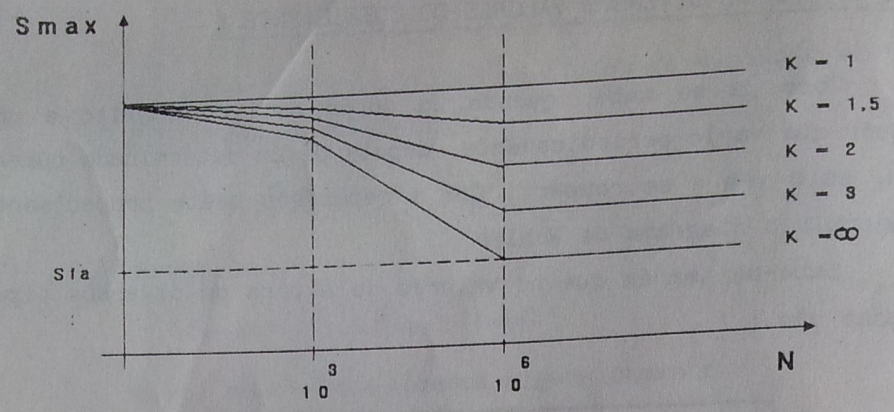
SOLICITAÇÃO	K
Constante	1
Pulsatória Ondul.	$1 < K < 2$
Pulsatória	2
Alternada	$2 < K < \infty$
Alternada Sim.	∞

Se um mesmo tipo de material, ABNT 1020, for repetido os procedimentos necessários para a construção do diagrama de Wohler para cada um dos tipos de solicitação, ter-se-ia uma melhor idéia do comportamento a fadiga.

Suponha a Solicitação Alternada Simétrica :



O diagrama de Wohler fica :



Notando-se este gráfico e os dois anteriores pode-se escrever que :

$$An = Smax - Smin \Rightarrow Smin = Smax - An$$

$$2.Smed = Smax + Smin$$

$$2.Smed = Smax + Smax - An$$

$$2.Smed = 2.Smax - An$$

$$\boxed{Smax = Smed + \frac{An}{2}}$$

Para Solicitação Constante :

$$Smax = Smed + \frac{An}{2}$$

- no limite de resistência à Fadiga

$$SF = Smed + \frac{An}{2}$$

$$SF = Smax + \frac{0}{2} \Rightarrow \boxed{SF = Smax}$$

Para solicitação Alternada Simétrica :

- no limite de resistência à Fadiga

$$SF = Smed + \frac{An}{2}$$

$$SF = 0 + \frac{(Smax - Smin)}{2} \quad \text{mas } Smax = -Smin$$

$\therefore \quad S_F = S_{max}$

Observação: Com o aumento de K diminui o Limite de Resistência à Fadiga atingindo um mínimo para $K = \infty$ (Solicitação Alternada Simétrica). Isto mostra que esse tipo de solicitação é o que aplica o mais severo castigo ao material.

- DIAGRAMA DE SMITH

Uma das três formas de análise do diagrama de Wohler define realmente o que um projetista necessita durante o dimensionamento de um elemento de máquina à fadiga.

O diagrama S-N se divide em duas regiões :

1) Região onde qualquer que seja o valor de K o rompimento da peça não ocorrerá, ou seja, vida infinita.
2) Região onde o rompimento se dará após N ciclos de solicitação.

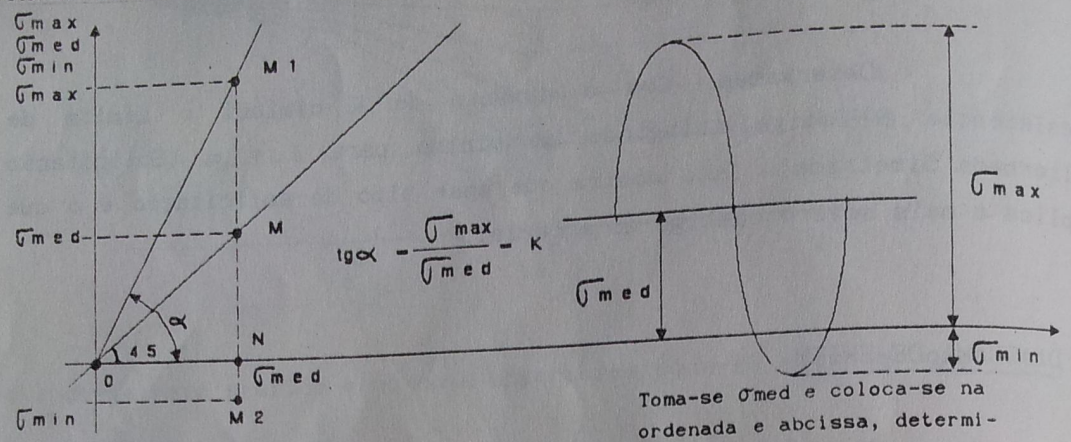
A forma prática encontrada para definir estes dois campos distintos foi proposta por Smith que construiu um novo diagrama a partir dos dados do diagrama de Wohler.

Antes da construção do diagrama de Smith se faz necessário o estabelecimento da seguinte momenclatura :

NOMENCLATURA	FLEXÃO	AXIAL	TORÇÃO
Limite de Resistência Estática	σ_{Rf}	$\sigma_{Rc,t}$	τ_R
Limite de Escoamento	σ_{ef}	σ_e	τ_e
Limite de Resistência à Fadiga	σ_{Ff}	σ_F	τ_F
Limite de Resistência à Fadiga de Solic. Alternada Simétrica	σ_{FAf}	σ_{FA}	τ_{FA}

A construção do diagrama de Smith é feita lançando-se na

abcissa os valores da Tensão média e no eixo das ordenadas os valores de Tensão média, Tensão máxima e Tensão mínima.



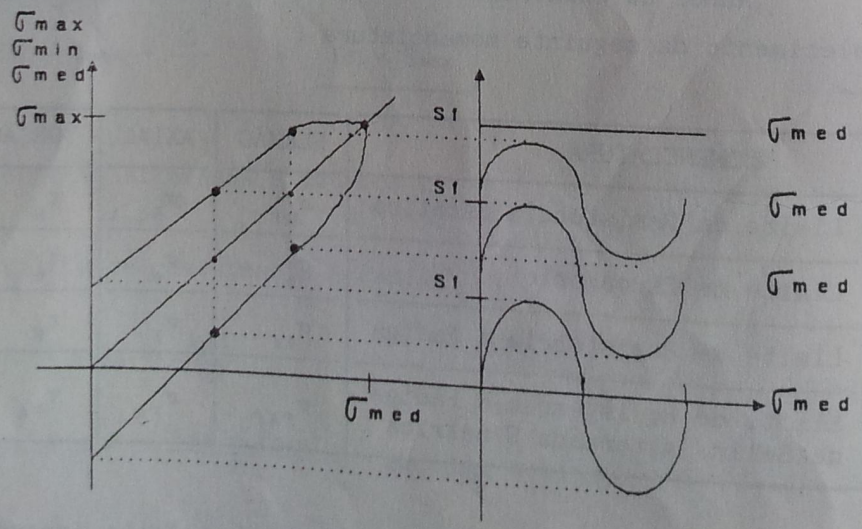
Toma-se σmed e coloca-se na ordenada e abcissa, determinando-se M. Em seguida coloca-se σmed x σmax e σmed x σmin, determinando-se os pontos M1 e M2.

Observa-se que o lugar geométrico dos pontos M é uma reta que passa pela origem e é inclinada a 45° em relação aos eixos.

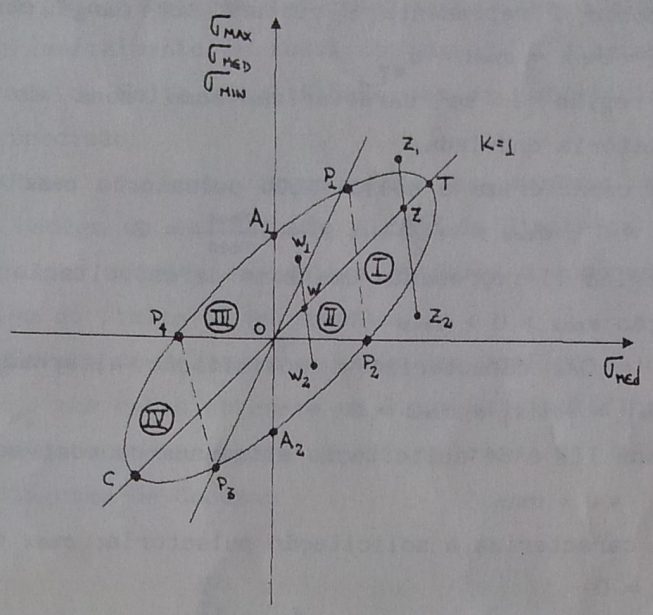
O segmento M_1M_2 representará graficamente um certo tipo de variação de solicitação e o segmento OM_1 fará com o eixo das abscissas um ângulo α tal que :

$$tg(\alpha) = \frac{NM_1}{ON} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{med}} = K$$

Continuando e colocando-se todos os valores de tensão para $1 \leq K \leq \infty$, o Diagrama de Smith se completa.



Portanto o Diagrama de Smith completo fica :



- Os ramos A_1T e A_2C representam respectivamente tensões máximas positivas e tensões máximas negativas.
- Os ramos A_2T e A_1C representam tensões mínimas.
- Os trechos P_2T e T_1P_4 (Tração)
- Os trechos CP_2 e P_4C (Compressão)

Pode-se observar ainda que este diagrama encerra um campo Limite de Resistência à Fadiga. As solicitações internas ao gráfico não provocam a ruptura do material enquanto que a solicitações externas conduzirão a ruptura depois de um número finito de ciclos de solicitações.

A utilização do diagrama de Smith é de extrema importância no dimensionamento de peças, porque uma vez conhecida a variação de solicitação, ou seja o coeficiente αK é possível se determinar facilmente qual o mais apropriado valor de σ_F.

A construção do diagrama de Smith pode ser feita para qualquer número de ciclos.

- Considerações Importantes sobre o diagrama de Smith :

a) O ponto T representa a ruptura sob carga constante onde $\sigma_{max} = \sigma_{min} = \sigma_{med} = \sigma_{RT}$

b) A região I se caracteriza como zona de solicitação pulsatória ondulada.

c) P_1P_2 caracteriza a solicitação pulsatória $\sigma_{max} > \sigma_{min} = 0$; $\sigma_{min} = 0$; $\sigma_{med} = \frac{\sigma_{max}}{2}$; $K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{med}} = 2$

d) A região II representa uma zona de solicitação alternada de tração $\sigma_{max} > 0 > \sigma_{min}$

e) $OA_1 = OA_2$ caracteriza a solicitação alternada simétrica; $|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$ e $\sigma_{med} = 0$

f) A zona III é de solicitação alternada de compressão; $\sigma_{max} < 0 < \sigma_{min}$

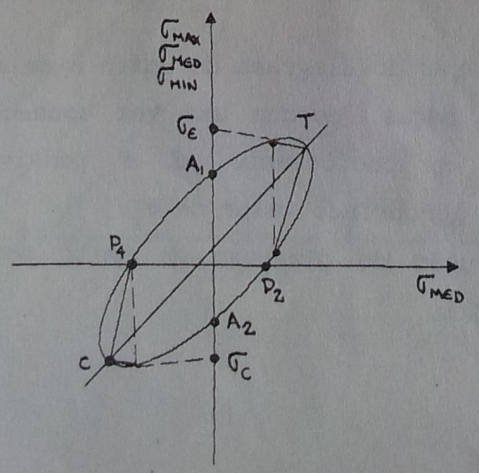
g) P_3P_4 caracteriza a solicitação pulsatória; $\sigma_{max} < 0$ e $\sigma_{min} = 0$

h) A região IV caracteriza a solicitação pulsatória ondulada de compressão; $0 > \sigma_{max} \neq \sigma_{min} < 0$

i) O ponto C corresponde à ruptura estática à compressão; $\sigma_{max} = \sigma_{min} = \sigma_{med} = \sigma_{Rc}$

j) O diagrama de Smith não é simétrico uma vez que os materiais ferrosos em geral apresentam maior resistência à compressão do que à tração. Para os limites de escoamento entretanto, normalmente são simétricos.

Observação: Até agora não foi considerado o efeito do escoamento. Algumas vezes a tensão durante a solicitação pode ultrapassar a tensão de escoamento, o que seria incompatível com o bom funcionamento da peça. Então o diagrama de Smith deve ser levemente modificado pela tensão de escoamento.



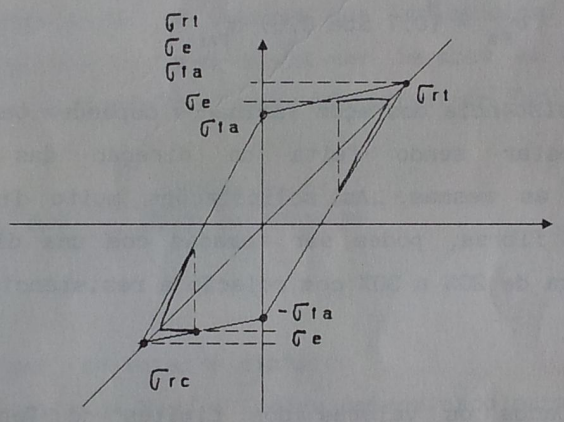
- DIAGRAMA DE GOODMAN

Para a grande maioria dos casos não se tem o diagrama de Smith levantado experimentalmente em todos os pontos. O diagrama de Goodman, que é o diagrama de Smith simplificado vem em substituição, sem perda apreciavel de precisão.

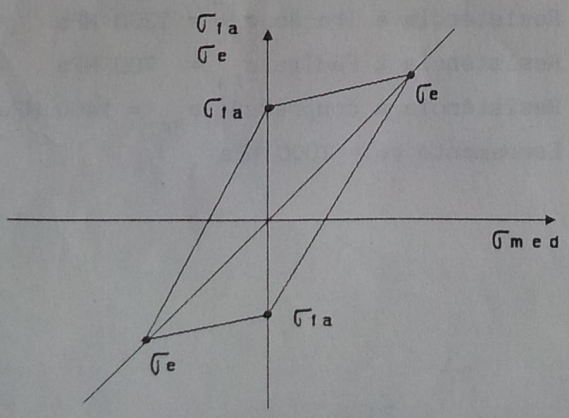
Para os aços, normalmente se conhece os Limites de Resistência à Fadiga de solicitação Alternada Simétrica (σ_{FA} ou σ_{FAf}) e mais os valores das tensões de ruptura estática à compressão e à tração (σ_{Rc} e σ_{Rt}) além do limite de escoamento.

Colocando-se esses valores num gráfico e unindo-se σ_{Rt} e σ_{Rc} à σ_{FA} e $-\sigma_{FA}$ por retas obtém-se um diagrama simplificado.

Limitando-se agora pelos valores de σ_e e $-\sigma_e$ tem-se construido o diagrama de Goodman



Algumas vezes se torna interessante outra simplificação tal como o diagrama abaixo :



Observação: Como para a flexão, tração, compressão e torção, os Limites de Resistência à Ruptura estática e escoamento variam, da mesma forma e na mesma proporção variam os limites de resistência à fadiga segundo o tipo de solicitação.

- Exemplo :

Aço para construção mecânica tem o limite de escoamento à flexão σ_{ef} bem acima do limite de escoamento a tração σ_e, variando ainda com o tipo da seção.

Seção circular $\sigma_{ef} \cong 1,5\ \sigma_e$

Seção quadrada $\sigma_{ef} \cong 1,3\ \sigma_e$

Para esse mesmo aço ainda o limite de resistência à Fadiga para solicitação Alternada Simétrica Axial σ_{FA} é mais baixo do que à flexão σ_{FAf} ;

$$\sigma_{FA} = (0,7 \text{ até } 0,9)\ \sigma_{FAf}$$

A resistência dos aços laminados dependem também do fato da solicitação estar sendo feita na direção das fibras ou perpendicularmente às mesmas. As solicitações muito inclinadas ou perpendiculares às fibras, podem ser tomadas com uma diminuição de resistência à fadiga de 20% a 30% com relação à resistência na direção longitudinal

- Exercício : Dados os valores dos Limites de Tensão abaixo, construir o diagrama de Goodman e apresentar duas modificações de simplificação.

Limite de Resistência à Tração σ_{Rt} = 1300 MPa
Limite de Resistência à Fadiga σ_{FA} = 700 MPa
Limite de Resistência à compressão σ_{Rc} = 1400 MPa
Limite de Escoamento σ_e = 1000 MPa

- RESISTÊNCIA À FADIGA PARA SOLICITAÇÕES SIMPLES

Quando uma peça está submetida à solicitação simples ou seja solicitação axial ou a flexão ou a cisalhamento, esta resistirá à fadiga desde que :

$$S_{max} \leq S_{Fadm}$$

onde : S_{max} é a tensão máxima na seção da peça que está sendo verificada. S_{Fadm}, é a tensão admissível à fadiga para solicitações simples.

- Tensão Admissível de Fadiga

Vários são os fatores que influenciam a resistência à Fadiga dos materiais e estas devem ser levadas em conta quando da determinação da expressão da Tensão Admissível de Fadiga.

$$S_{Fadm} = \frac{S_F . b_1 . b_2 . b_3}{\beta_k . \eta_1 . \eta_2 . \eta_3 . \eta_4 . \eta_5}$$

onde :

β_k ⇒ Coef. de entalhe dinâmico

S_F ⇒ Limite de Res. à Fadiga determinado para um certo valor do coef. K

b_1, b_2 e b_3 ⇒ Fatores de Influência

η_1, η_2, η_3, η_4 e η_5 ⇒ Coef. de Segurança

FATORES DE INFLUÊNCIA SOBRE A RESISTÊNCIA À FADIGA	PROVENIENTE DE	FATOR NUMÉRICO DE MEDIDA
Concentração de Tensões	Forma da peça Rugosidade Superficial Dimensões da peça Forma da seção	β_K b1 b2 b3
Choques e sobrecargas Dinâmicas	Tipo de máquina	η_5

Fatores de Influência sobre a Resistência à Fadiga

Concentração de Tensões e Choques

– Coeficientes de Segurança

GRUPO	TIPOS DE CHOQUES	MÁQUINAS	η_5
I	Leves	Turbinas hidráulicas e a vapor, compressores e bombas centrífugas retificadoras e máq. elétricas.	1,0 - 1,1
II	Médios	Motores de combustão, bombas e compressores de pistões, plainas, máquinas de estampagem em geral, elevadores, tornos, fresadoras.	1,2 - 1,5
III	Fortes	Prensas p/ forjaria, trefiladoras, transportadores com avanço não uniforme.	1,5 - 2,0
IV	Muito Fortes	Marteletes mecânicos, laminadores, britadores.	2,0 - 3,0

Valores do Coeficiente de Choques e Sobrecargas η_5

segundo os tipos de máquinas

η_1 ⇒ Leva em consideração :

- Incerteza quanto aos dados metalúrgicos :
  - a) composição correta do material
  - b) existência de defeitos, falhas, inclusões
- Incerteza quanto à correção do tratamento térmico

$$1,00 \leq \eta_1 \leq 1,20$$

η_2 ⇒ Leva em consideração os erros devido a hipóteses simplificativas quando se consideram as cargas e os vínculos nos cálculos (ex. carga pontual, engaste perfeito).

$$1,10 \leq \eta_2 \leq 1,25$$

ou quando se temem efeitos de entalhe difíceis de se avaliar com precisão (ex. furo em uma peça roscada).

$$1,25 \leq \eta_2 \leq 1,50$$

η_3 ⇒ Coeficiente de segurança efetivo que reflete a importância da máquina (ou peça) e os respectivos prejuízos decorrentes de sua eventual falha.

$$1,00 \leq \eta_3 \leq 1,25$$

η_4 ⇒ Leva em conta as incertezas na determinação das cargas.

$$1,00 \leq \eta_4 \leq 1,20$$

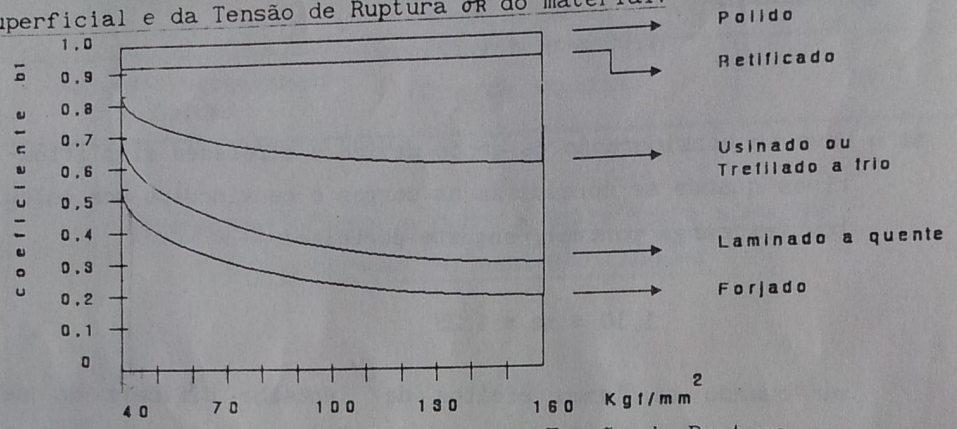
Observação: Os coeficientes η_1 a η_5 independem da natureza das solicitações e de como elas variam.

b_1 ⇒ Coeficiente de Acabamento Superficial

O acabamento superficial é um dos fatores que contribuem para o início de fissuração de uma peça e consequentemente à ruptura.

Como já foi comentado os corpos de prova utilizados nas máquinas de ensaio à Fadiga são polidos e de tal forma que não existam riscas circunferenciais. Obviamente nem todos, ou a maioria, não possuem um acabamento superficial de alta qualidade.

O coeficiente b_1 depende da qualidade de acabamento superficial e da Tensão de Ruptura σ_R do material.



Valores do Coef. b1 contra Tensão de Ruptura

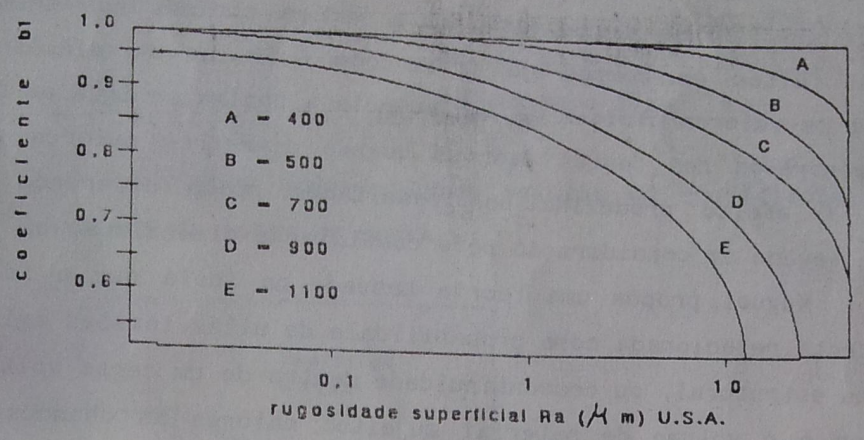
Trabalhos recentes sobre a influência do acabamento superficial em fadiga tem sido concentrado na Rugosidade Superficial. A Rugosidade Superficial Ra é o valor médio das alturas de rugosidade a partir da linha média. É aproximadamente a metade do valor médio das distâncias de picos até vales. Valores de rugosidade são dados em Ra e Rt. A tabela abaixo apresenta alguns valores típicos de Rugosidade x Processo.

PROCESSO	RUGOSIDADE	
	USUAL	EXTREMA
Plainamento	15 - 1,5	25 - 0,4
Furação	6 - 1,5	25 - 0,4
Fresamento	6 - 0,8	25 - 0,2
Brochamento	3 - 0,8	6 - 0,4
Mandrilamento	3 - 0,8	6 - 0,4
Torneamento	6 - 0,4	25 - 0,05
Polimento	0,4 - 0,1	0,8 - 0,01
Lapidação	0,4 - 0,05	0,8 - 0,01
Fundição em areia	15 - 13	50 - 6
Extrusão	3 - 0,8	13 - 0,4
Retificação	1,5 - 0,1	6 - 0,02

Valores Típicos de Rugosidade Superficial Ra em μm

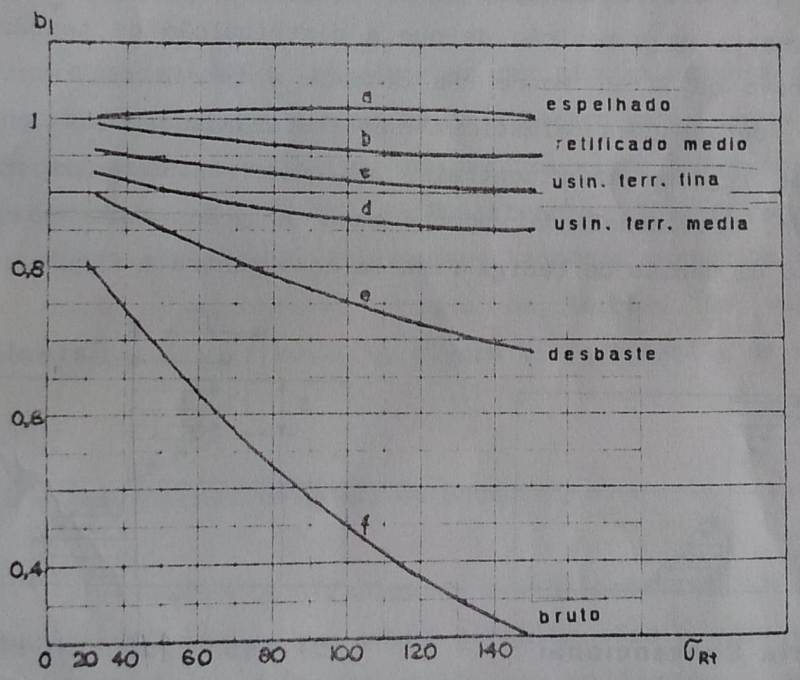
EESC-USP Biblioteca

Na figura está apresentado um gráfico de rugosidade contra o coeficiente b_1.



Como pode-se notar o coeficiente b_1 decresce com o aumento da Tensão de Ruptura para uma rugosidade superficial fixa.

Para os casos clássicos, considera-se 6 tipos diferentes de acabamento superficial e de acordo com esses tipos temos os diferentes valores do coeficiente b_1 e é fornecido pela figura 22 da apostila de fadiga (gráficos) e pela figura abaixo :



Coeficientes b1 p/ os diversos tipos de Rugosidade e em função da tensão de ruptura σ_r

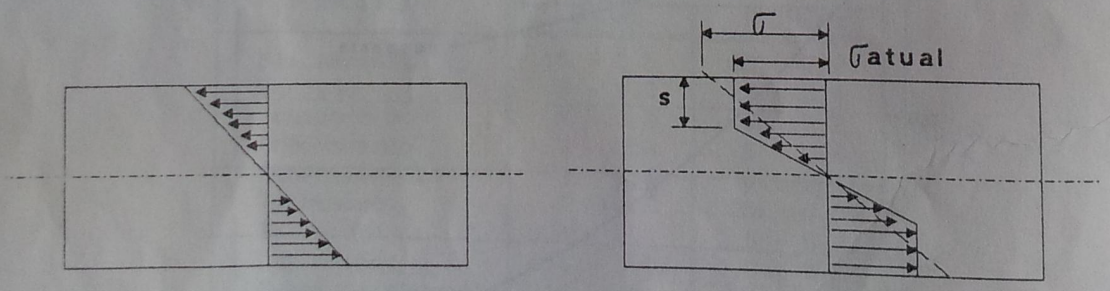
b2 ⇒ Coeficiente Dimensional

Os limites de Resistência à Fadiga obtidos nos testes normais são feitos em corpos de prova com 0,30 in de diâmetro. Dificilmente os valores Limites de Resistência à fadiga se igualam aos valores encontrados nos testes padrões quando diâmetros maiores são utilizados. O efeito produzido nos resultados, pela diferença em dimensão, é levado em consideração pelo coeficiente dimensional b2.

Kuguel propôs uma teoria baseado na idéia que a falha por fadiga está relacionada coma probabilidade de altas tensões agirem em uma falha estrutural, ou descontinuidade dentro de um certo volume. Quanto maior é o volume de material sujeito, maiores as chances da ocorrência da probabilidade para que ocorra a falha.

Mischke desenvolve uma forma estatística, para trabalhar com o coeficiente dimensional, bastante confiável. Entretanto nessa utilização o projetista deve efetuar vários testes para o material a ser utilizado.

Sors afirma que a mais moderna teoria é a de Von Phillipp a qual mostra uma grande concordância nos resultados. Essa teoria se baseia na suposição de que a distribuição de tensão em um corpo de prova da R. R. Moore não obedece a teoria de elasticidade básica. As deformações elásticas são retardadas pelos grãos do material nas regiões mais centrais, as quais estão à um nível de tensão menor, providenciando suporte para os grãos mais externos. A distribuição da tensão de fadiga ficaria como mostra a figura :



a) Teoria Convencional

b) Teoria de Von Phillipp

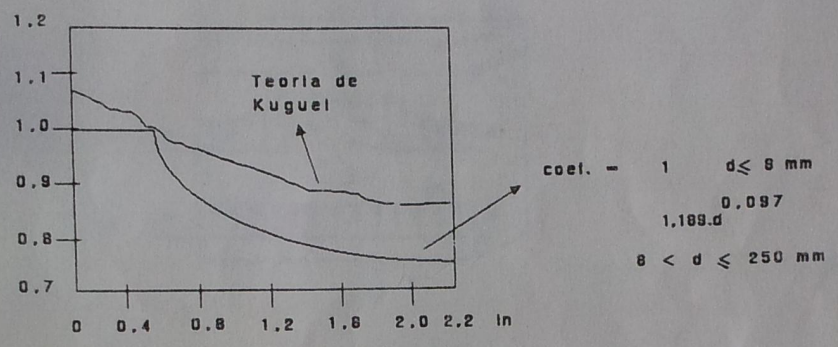
Distribuição de Tensões para o Esforço da Flexão

A mais brilhante conclusão de Von Phillipp é que a distância s, dentro da qual as deformações ocorrem é uma constante para cada material e é :

3,1 mm para aço

1,0 mm para ligas leves

A figura mostra alguns valores do coeficiente b_2 para alguns diâmetros do corpo de prova :



Valores do Coeficiente Dimensional X Diâmetro

Vários testes tem mostrado que não há mudança no Limite de Resistência à Fadiga com o aumento do diâmetro para corpos de prova sujeitos a carga axial. Entretanto existe uma clara diferença entre a chamada fadiga axial e o Limite de Resistência à Fadiga por flexão. Esta última cai com o aumento do diâmetro tendendo para o valor de 0,7 (0,67). O mesmo ocorre para o caso da Torção. Os valores do coeficiente b_2 para eixos, estão na figura 21 da apostila de Fadiga.

$b_3 \Rightarrow$ Coeficiente de Forma da Seção

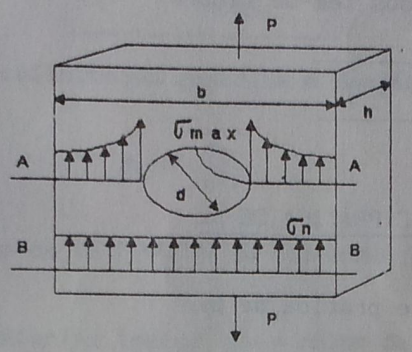
A resistência à fadiga de solicitação axial é máxima em peças finamente acabadas e com seção circular. Neste caso b_3 = 1,0. Nos casos onde outras formas de seção são utilizadas, como seções planas, os valores de b_3 são inferiores à unidade. Segundo os ensaios

do Max Plank Instituite a relação da resistência à fadiga de solicitação pulsatória por solicitação axial entre uma peça cilíndrica polida e uma peça plana totalmente usinada é ≅ 0,61. Para os casos de solicitação por flexão e torção não existem ainda ensaios.

β_k ⇒ Coeficiente de Entalhe para Solicitações Dinâcas, ou coeficiente de Forma Dinâmico, ou Fator de Forma Dinâmico.

α_k ⇒ Coeficiente de Entalhe para Solicitações Estáticas ou Fator de Concentração de Tensões.

Se uma chapa furada é submetida à tração estática P :



Chapa sujeita à tração

Na seção B-B a tensão nominal é $\sigma_n = \dfrac{P}{b.h}$

Na seção A-A a tensão normal média é $\sigma_n = \dfrac{P}{(b-d).h}$

Nas proximidades do furo, ocorre uma concentração de tensões com valor de pico dado por σ_{max}. A relação entre a máxima tensão verificada e a tensão média normal é o coeficiente α_k.

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

O coeficiente α_k somente é válido enquanto a deformação provocada pelo pico de tensão (σ_{max}) permanecer dentro do campo elástico, ou seja, onde o material segue a lei de Hooke e os valores de α_k não permanecem constantes dependendo principalmente do material.

Os valores de α_k são maiores à tração do que à flexão e maiores à flexão do que à torção.

Para algumas formas de entalhe o coeficiente α_k pode ser calculado com a ajuda das fórmulas da teoria da Elasticidade.

Na maior parte dos entalhes que se apresentam na prática (mudanças de seção, ranhuras, furos, etc) a obtenção teórica de α_k é difícil e muitas vezes impossível. Por isso determina-se α_k experimentalmente utilizando-se principalmente das técnicas foto elásticas.

Em todos os casos tem-se sempre

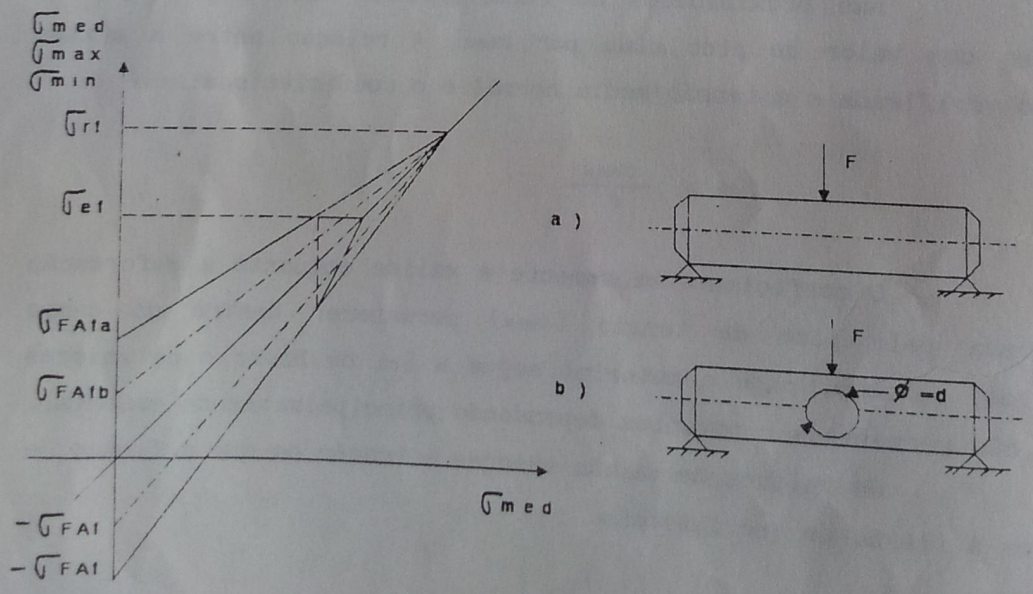
$$\boxed{\alpha_k > \beta_k > 1,0}$$

- DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL E PRÁTICA DE β_k

- Determinação experimental e prática de β_k

Suponha um eixo (corpo de prova) com dimensões definidas submetido a um ensaio de fadiga por solicitação alternada simétrica. Depois de diversos testes levanta-se o diagrama de Goodman.

Se em seguida, eixos com idênticas dimensões e mesmo material, porém entalhados, estiverem submetidos ao mesmo tipo de ensaio, certamente o novo diagrama de Goodman terá valores Limites de Resistência à Fadiga inferiores ao anterior.



Para o material conhece-se σ_{Rf} e σ_{ef}. Depois dos ensaios terminados tem-se os valores de σ_{FAf} para o eixo liso e para o eixo entalhado. A partir desses valores constroe-se o diagrama de Goodman. Tomando-se por base este diagrama pode-se definir o coeficiente de forma dinâmica para solicitação alternada simétrica como :

$$\boxed{\beta_k = \frac{\sigma_{FAfa}}{\sigma_{FAfb}}} \qquad \text{para} \quad K = \infty$$

para um tipo de solicitação genérica à flexão :

$$\beta_k = \frac{S_{Fa}}{S_{Fb}}$$

Pode-se notar que os valores de β_k dependem :

a) do material (maior σ_{Rt} ⇒ maior β_k)
b) do tipo de entalhe (menor ⇒ menor conc. tensão ⇒ menor β_k)
c) das dimensões relativas entalhe-peça
d) do tipo de solicitação e variação de solicitação (maior K ⇒ maior β_k).

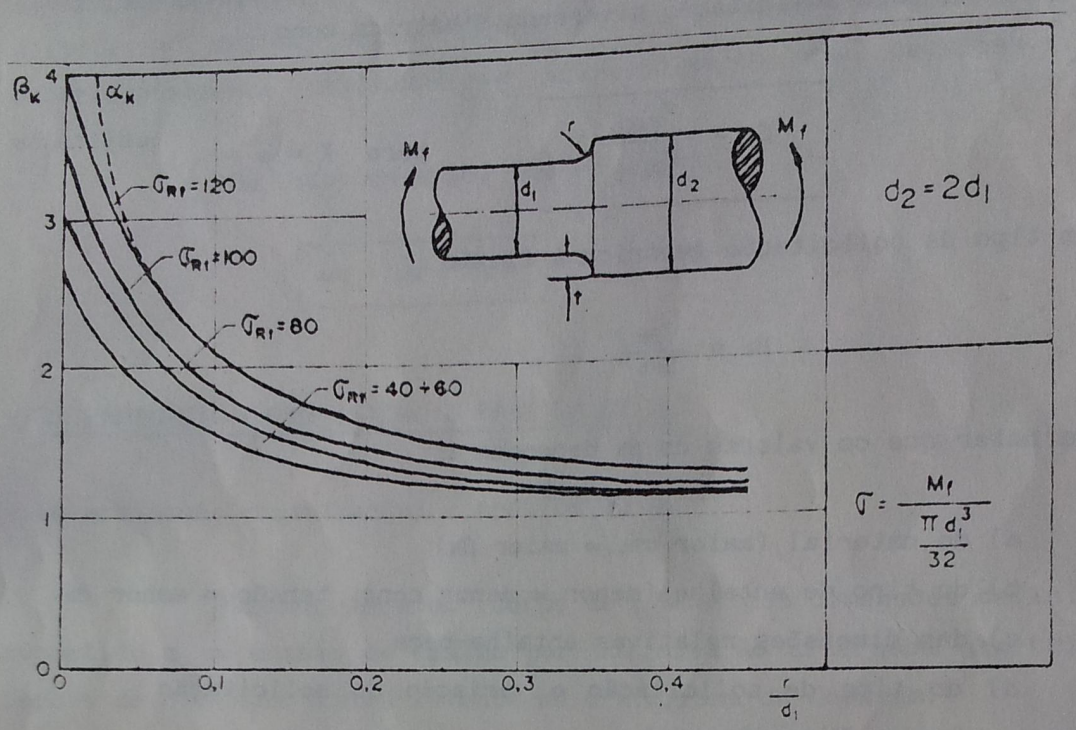
De uma forma geral e simplificada tem-se :

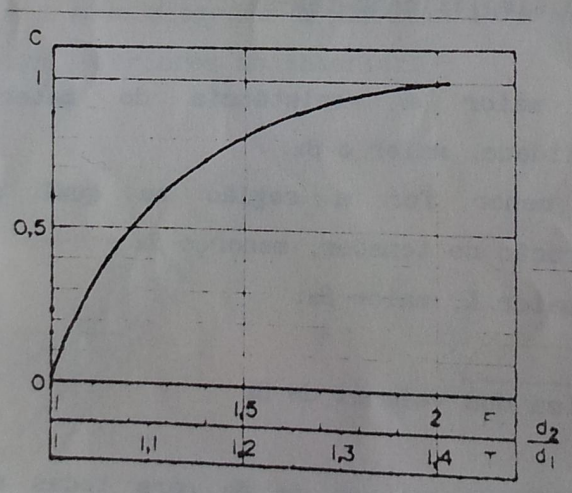
- quanto maior a resistência do material e menor ductibilidade, maior o β_k.
- quanto menor for a região na qual se estende a concentração de tensões, menor o β_k.
- quanto maior K, maior β_k.

- Determinação prática dos valores de β_k

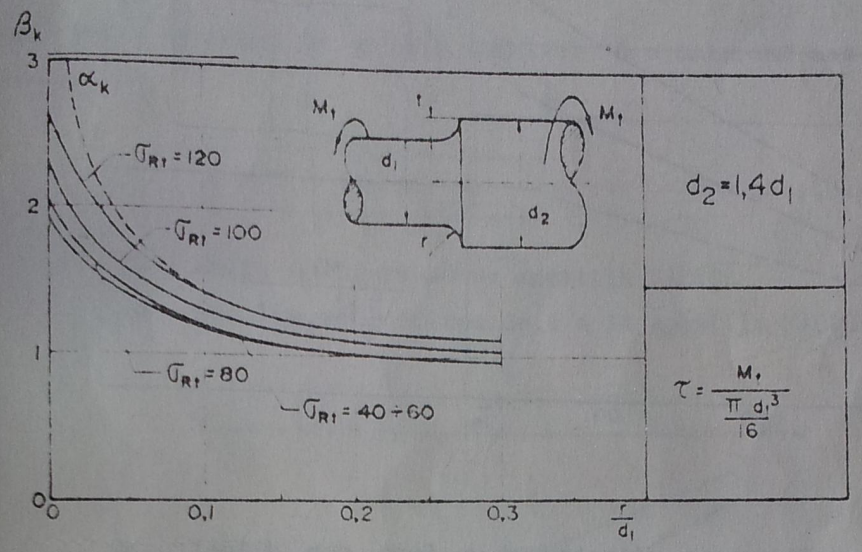
Não existem valores de β_k para todas as situações e materiais, o que se tem são alguns gráficos nos quais podem ser tirados valores de β_k diretamente. Outros gráficos permitem encontrar valores de α_k, a partir dos quais os valores de β_k podem ser calculados.

- Eixo com variação de diâmetro, concordância de raio r submetido à Flexão:

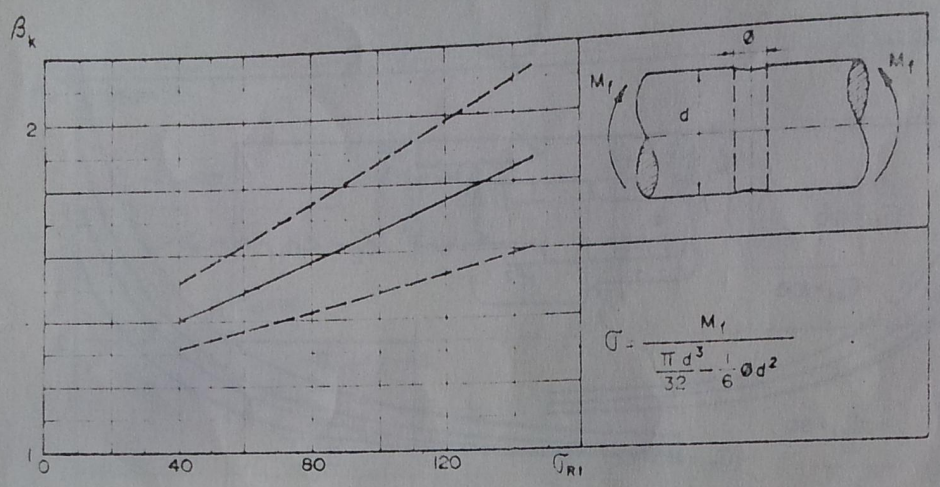




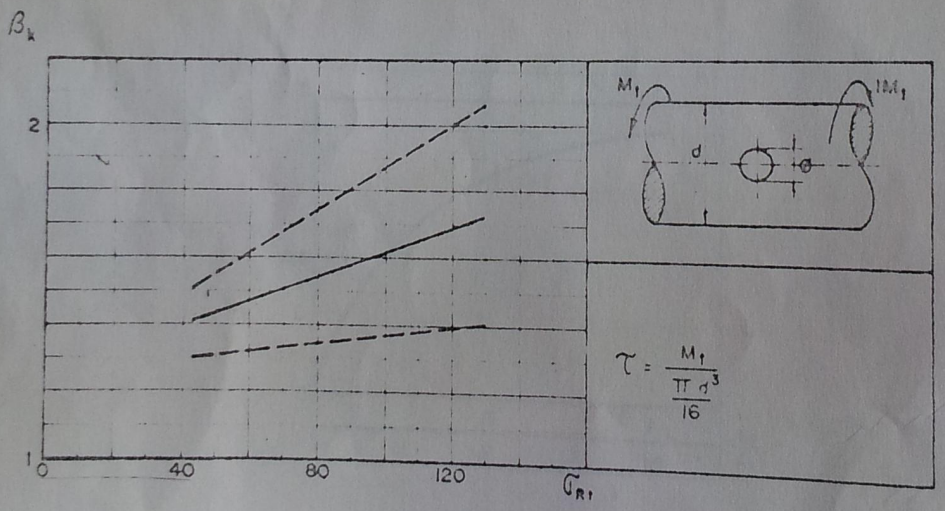
- Eixo com variação de diâmetro, concordância de raior r submetido à Torção:



- Eixo com diâmetro d e furo com diâmetro ϕ submetido à Flexão:



- Eixo com diâmetro d e furo com diâmetro ϕ submetido à Torção:



Observação: Os valores de β_k constantes do gráfico são válidos para K = ∞ (Solic. Alt. Simétrica)

Quando não se possuem valores de β_k referentes a certo tipo de entalhe, pode-se determinar estes valores através de α_k. Para tal se faz necessário definir o coeficiente de sensibilidade ao entalhe η_k.

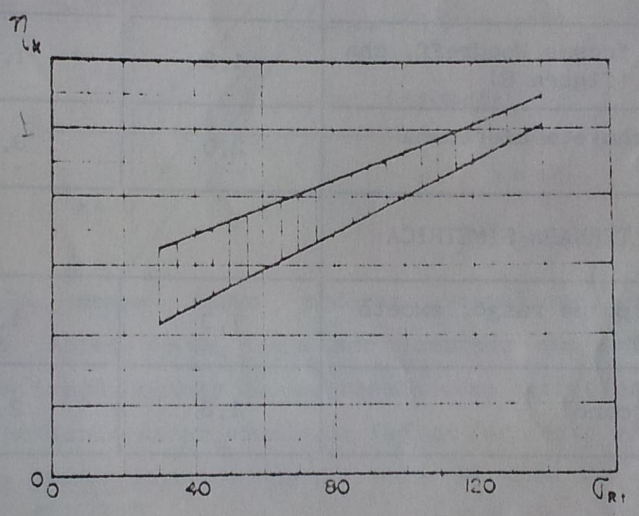
$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1}$$

quanto maior o valor de η_k mais sensível é o material aos efeitos de entalhe.

$$\boxed{\beta_k = 1 + \eta_k.(\alpha_k - 1)}$$

$\eta_k \Rightarrow$ dado na figura 20 da Apostila FADIGA

$\alpha_k \Rightarrow$ dado pelos gráficos de 4 a 14 Apostila FADIGA



Observando-se o gráfico de η_k nota-se que para um mesmo valor de σ_{Rt} tem-se um intervalo de valores de η_k. Adota-se os valores maiores deste intervalo para: aços duros e frágeis, grande relações entalhe peça, baixos valores de α_k.

Observações:

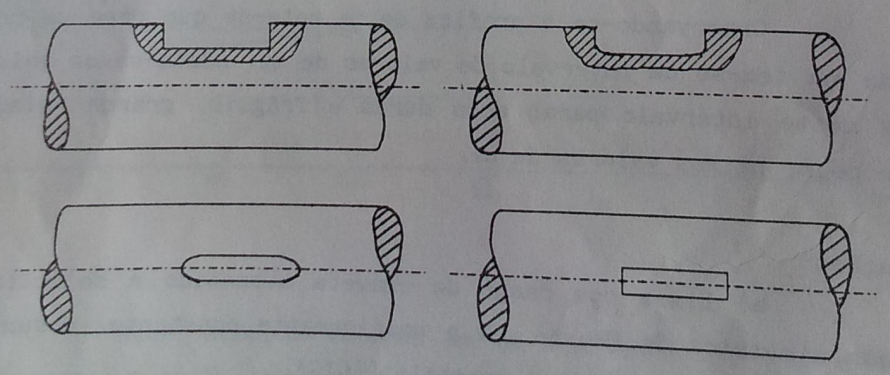
a) Eixos com rasgo de chaveta submetido à solicitação alternada simétrica de Flexão, β_k é praticamente constante, assumindo os valores dados pela tabela 1 Apostila FADIGA.

b) Eixos com rasgo de chaveta submetidos à solicitação alternada simétrica de Torção, β_k é praticamente assumido os valores da tabela 2 Apostila FADIGA.

Tanto de Flexão quanto de Torção independen do valor de σ_{Rt}. Portanto tabelados.

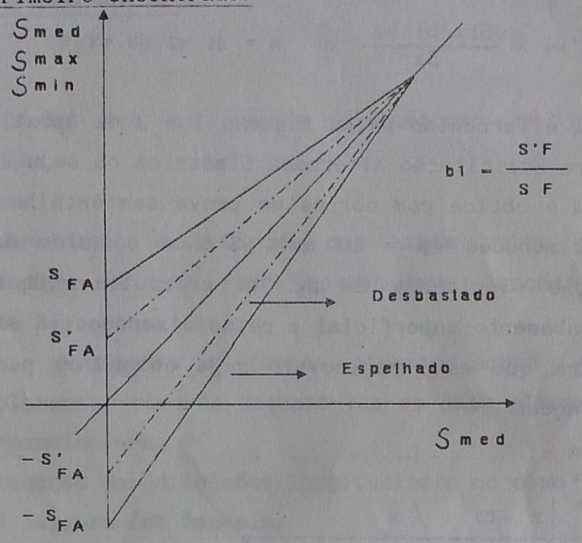
	VALORES DE β_k	
FLEXÃO ALTERNADA SIMÉTRICA	Eixo de aço Carbono	Eixo aço liga ou C tratado
Rasgos com fresas de topo, chaveta e caixada ou lingueta (figura A)	1,6	2,0
Rasgos com fresas Woodroff, chaveta comum (figura B)	1,3	1,6
Rasgos de chaveta americana (meia lua)	2,0	3,0
TORÇÃO ALTERNADA SIMÉTRICA		
Qualquer tipo de rasgo, exceto o americano	1,3	1,6
Rasgo americano	1,6	2,0

Figura a **Figura b**



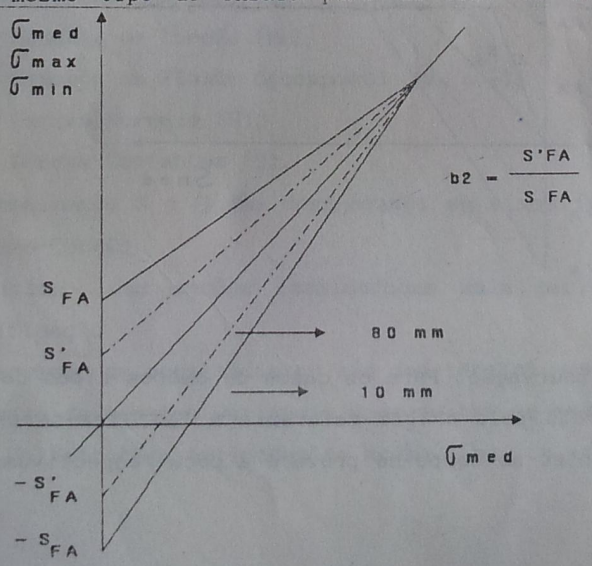
Coeficientes b_1 e b_2 vistos pelo diagrama de Goodman

Se um corpo de prova espelhado é submetido a um ensaio de resistência à fadiga por solicitação alternada simétrica e o valor limite de Resistência à Fadiga encontrado, pode-se afirmar que para qualquer outro tipo de acabamento os novos limites de resistência serão inferiores ao primeiro encontrado.



Da mesma forma pode-se visualizar o coeficiente dimensional b_2. Antes porém, deve ser lembrado que para solicitação axial, tanto de tração quanto de compressão esse coeficiente não varia.

Portanto se um ensaio de fadiga for feito em um eixo de 10 mm e depois o mesmo tipo de ensaio para um eixo de diâmetro maior tem-se:



- Efeito conjunto de βk, b_1 e b_2

De forma geral os efeitos de βk, b_1 e b_2, sempre estão presentes nos elementos de máquinas.

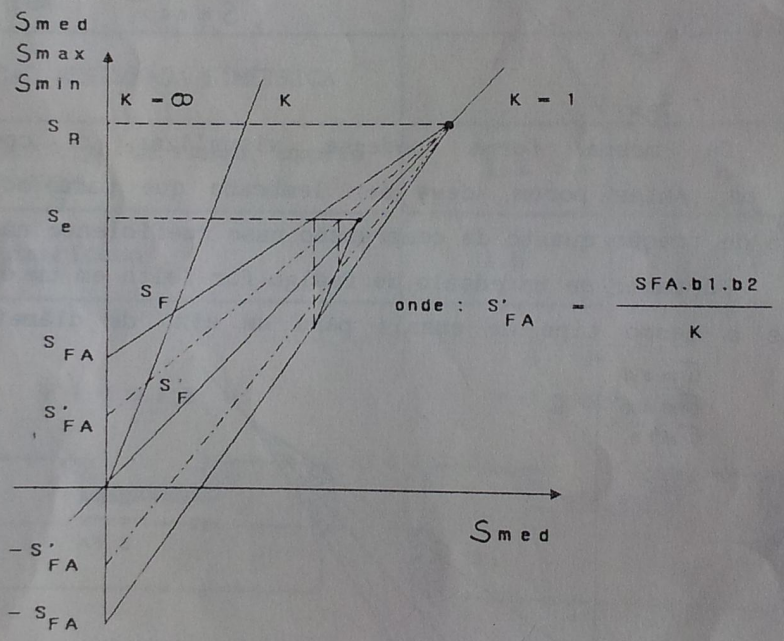
$$S_{Fadm} = \frac{S_{FA}.b_1.b_2.b_3}{\beta k.\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5} = \boxed{\frac{S'_{FA}.b_3}{\eta}}$$

onde: $S'_{FA} = \dfrac{S_{FA}.b_1.b_2}{\beta k}$ e $\eta = \eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5$

S_{FA} é fornecido pelas figuras 1 e 2 da Apostila FADIGA em função de σ_{Rt} para Solicitação Alternada Simétrica ou seja $K = \infty$.

S_{FA} é obtida com corpos de prova sem entalhes, espelhados e de pequenas dimensões (ϕ = 10 mm). S'_{FA} é o valor da tensão S_{FA} afetada pela ação simultânea de βk, b_1 e b_2 ou seja afetada pelo entalhe, pelo acabamento superficial e pelas dimensões ($K = \infty$).

Para que este raciocínio seja estendido para os outros tipos de solicitações



Observação: Para os casos de outros tipos de solicitações, traçando-se a reta pela origem referente à "K", tem-se os valores S_F e S'_F correspondentes ao corpo de prova e à peça respectivamente.

$$S'_F = \frac{S_F . \bar{b}_1 . \bar{b}_2}{\bar{\beta}_k}$$

Na falta de informações a respeito, toma-se $b_3 = 1$ para peças de seção circular. Para peças planas $b_3 \cong 0,7$ até $0,9$.

- CÁLCULO DE PEÇAS À FADIGA

Suponha que se deseja dimensionar um eixo de uma determinada máquina.

I - Determinação das forças que atuam sobre o eixo. Por exemplo: esforços entre engrenagens, tração em correias, peso das peças, etc.

II - Como, geralmente as forças atuantes sobre o eixo não são coplanares, deve-se decompô-las em dois planos mutuamente perpendiculares.

III - Colocação das dimensões longitudinais do eixo

a) largura dos mancais;

b) largura das partes que suportam as peças girantes (assentos);

c) distância entre apoios;

d) distância entre apoio e assentos.

IV - Determinação dos esforços

a) Momento de Torção (M_t);

b) Momento de Flexão decomposto (M_{fx} e y);

c) Forças Normais (N);

d) Forças Cortantes (Q).

Normalmente N e Q são desprezados em eixos funcionando à Flexo-Torção.

V - Escolha das seções consideradas mais perigosas para verificação.

VI - Observação da constância ou não das tensões nestas seções.

VII - No caso de tensões variáveis pode-se ter os seguintes casos:

a) Solicitações aplicadas do mesmo tipo ou seja tensões

normais σ e tensões tangenciais τ variando com a mesma relação K.

b) Solicitações aplicadas de tipos diferentes, ou seja, tensões normais σ variando com a relação K_1 e tensões tangenciais τ variando com a relação $K_2 \neq K_1$.

c) Caso mais frequente é o de Solicitação por FLEXÃO ALTERNADA SIMÉTRICA E TORÇÃO CONSTANTE ou seja σ variando com $K = \infty$ e τ variando com $K = 1$.

VIII - Determinação da Tensão de CONFRONTO (σ^*)

Suponha um eixo solicitado à FLEXO-TORÇÃO. As tensões máximas e minimas são dadas por:

$$\boxed{\sigma = \frac{\sqrt{Mfx^2 + Mfy^2}}{Wf} \quad ; \quad \tau = \frac{Mt}{Wt}}$$

onde:

$$Wf = \frac{I}{c} \quad e \quad Wt = \frac{Jt}{c}$$

$Wf,t \Rightarrow$ Módulo de Rigidez à flexão e à torção respectivamente;

$I \Rightarrow$ Momento de Inércia;

$Jt \Rightarrow$ Momento de Inércia Polar;

$c \Rightarrow$ distância da fibra mais externa até o eixo de referência de I e Jt.

ou seja, $$\boxed{Wf = \frac{\pi . d^3}{32} \quad e \quad Wt = \frac{\pi . d^3}{16}}$$ para seções circulares

A determinação da tensão de confronto σ^* se faz de maneira diversa conforme cada caso.

a) Solicitações Aplicadas do Mesmo Tipo

Com os valores de σ_{max} e σ_{min} ou τ_{max} e τ_{min}, calcula-se K.

A Tensão de Confronto é dada por:

$$\sigma^* = \sqrt{(\sigma_{max} . \beta_{kf})^2 + H^2 . (\tau_{max} . \beta_{kt})^2} \quad \text{onde} \quad H = \frac{\sigma_F}{\tau_F}$$

σ_F ⇒ Limite de Resitência à Fadiga por solicitação à Flexão determinado no diagrama de Goodman para a relação K.

τ_F ⇒ Limite de Resistência à Fadiga por solicitação de Torção determinado no diagrama de Goodman com relação K.

β_{kf} ⇒ Coeficiente de Entalhe para solicitação à Flexão e relação K.

β_{kt} ⇒ Coeficiente de Entalhe para solicitação à Torção e relação K.

Caso haja o diagrama de Goodman para a situação pode-se determinar os valores de β_k diretamente. Caso contrário determinan-se esses valores para o caso de $K = \infty$.

Depois de escolhido o material, para que o eixo resista deve-se ter:

$$\sigma^* \leq \frac{\sigma_F . b_1 . b_2 . b_3}{\beta_{kf} . \eta_1 . \eta_2 . \eta_3 . \eta_4 . \eta_5} \quad \text{onde} \quad \beta_{kf} = \frac{\sigma_{Fa}}{\sigma_{Fb}}$$

para relação igual a K, e $b_1, b_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$ são tomados de acordo com as condições do caso particular.

b) Solicitações Aplicadas de Tipos Diferentes

Com os valores calculados de σ_{max} e σ_{min}, calcula-se K_f, com os valores de τ_{max} e τ_{min} calcula-se K_t.

A Tensão de Confronto é dada por:

$$\sigma^* = \sqrt{(\sigma_{max} . \beta_{kf})^2 + H^2_{Fadm}(\tau_{max} . \beta_{kt})^2} \quad \text{onde} \quad H_{Fadm} = \frac{\sigma_{Fadm}}{\tau_{Fadm}}$$

σ_{Fadm} ⇒ Tensão Normal admissível à Fadiga para coeficiente de variação K.

τ_{Fadm} ⇒ Tensão Tangencial admissível à Fadiga para coeficiente de variação K.

β_{kf} ⇒ Coeficiente de Entalhe à Flexão e coef. K.

β_{kt} ⇒ Coeficiente de Entalhe à Torção e coef. K.

Para que o eixo resista deve-se ter:

$$\sigma^* \leq \frac{\sigma_F . b_1 . b_2 . b_3}{\beta_{kf} . \eta_1 . \eta_2 . \eta_3 . \eta_4 . \eta_5}$$

c) Solicitação de Flexão Alternada Simétrica e Torção Constante

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2_{max} + H^2 . \tau^2} \qquad \text{onde} \qquad H = \frac{\sigma_{FAf} . \beta_{kFt}}{\tau_e . \beta_{kFAf}}$$

σ_{FAf} ⇒ Limite de Resistência à Fadiga Alternada Simétrica de Flexão.

τ_e ⇒ Limite de Escoamento para tensão tangencial.

β_{kFAf} ⇒ Coeficiente de entalhe para solicitação à flexão e $K = \infty$

β_{kFt} ⇒ Coeficiente de entalhe para solicitação à torção e $K = 1$

Para que o eixo resista deve-se ter:

$$\sigma^* \leq \frac{\sigma_{FA} . b_1 . b_2 . b_3}{\beta_{kFAf} . \eta_1 . \eta_2 . \eta_3 . \eta_4 . \eta_5}$$

- EXEMPLO : Dimensionar à Fadiga um eixo estriado submetido à Flexo-Torção. Tem-se acoplado ao eixo, por meio de estrias, uma engrenagem helicoidal com os seguintes dados:

- diâmetro primitivo ⇒ dp = 72,7 mm
- ângulo de hélice ⇒ $\beta = 33^\circ$
- ângulo de pressão circunferencial ⇒ $\phi = 19^\circ$

A potência fornecida ao eixo vem de um motor elétrico que gira a 1715 rpm e tem 43 HP. A máquina acionada é uma fresadora, o material do eixo é o aço SAE 8620 cementado e temperado com $\sigma_{Rt} = 90$ Kgf/mm^2 e $\sigma_e = 70$ Kgf/mm^2.

- eixo usinado com ferramenta fina.
- profundidade máxima das estrias é de $0,15d_i$.
- eixo apoiado em mancais de rolamento de esferas.

- SOLUÇÃO

1 - Determinação dos esforços no eixo:

- Momento de torção:

$$Mt = 716,2.\frac{N}{n} = \frac{716,2.43}{1715} = 18,0 \text{ Kgf.m}$$

- Força Tangencial na engrenagem:

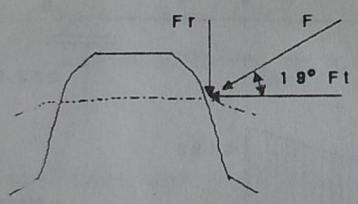
$$Ft = \frac{2Mt}{dp} = \frac{18,0.2.10^3}{72,7} = 494,0 \text{ Kgf}$$

- Força Radial na engrenagem:

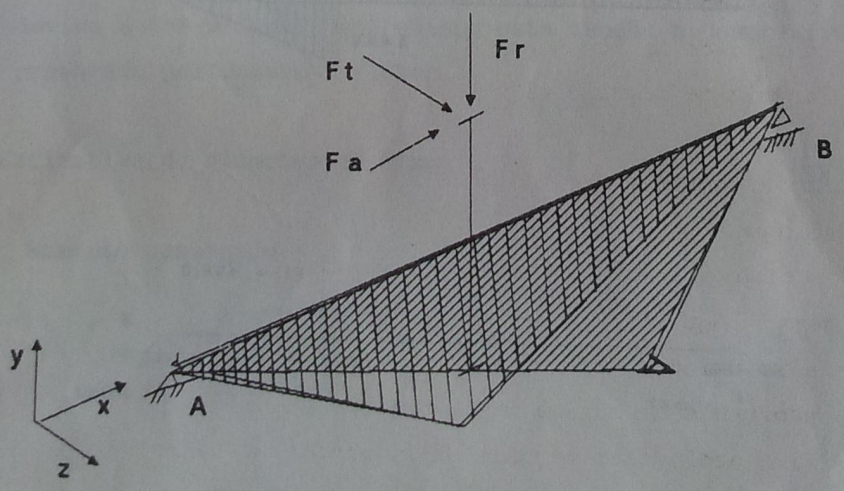
$$Fr = Ft.tg\alpha = 494,0.tg19^\circ = 170,1 \text{ Kgf}$$

- Força axial na engrenagem:

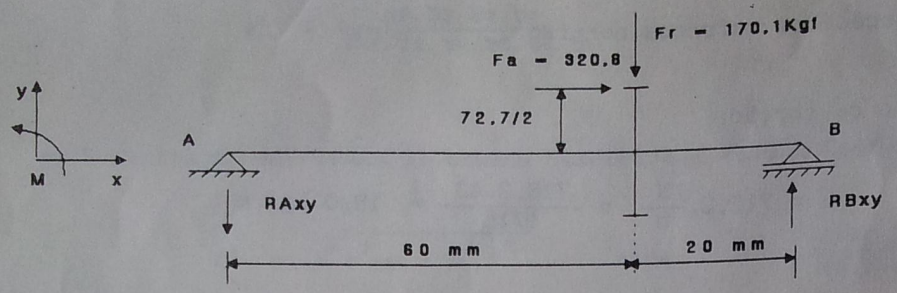
$$Fa = Ft.tg\beta = 494,0.tg33^\circ = 320,8 \text{ Kgf}$$



$$tg\ 19^\circ = \frac{Fr}{Ft}$$



Plano XY



$\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma M_A = 0$ ou $\Sigma M_B = 0$

$\Sigma M_A = 0$

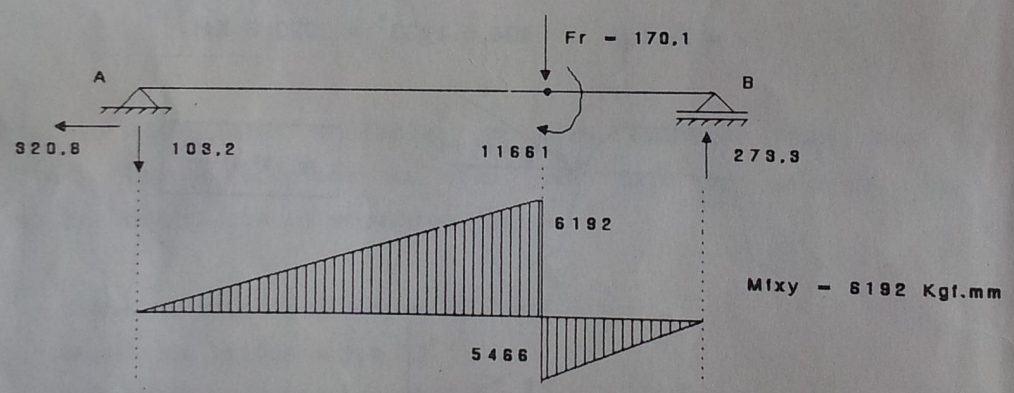
$$80.R_{Bxy} = 320,8.\frac{72,7}{2} + 170,1.60 \Rightarrow R_{Bxy} = 273,3 \text{ Kgf}$$

$\Sigma M_B = 0$

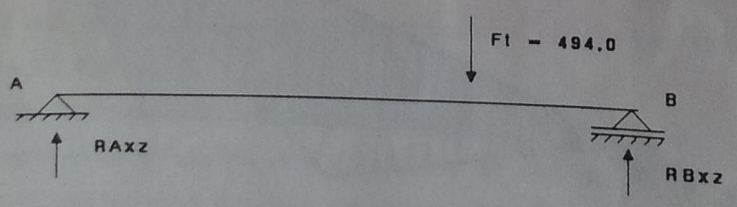
$$80.R_{Axy} = 320,8.\frac{72,7}{2} - 170,1.20 \Rightarrow R_{Axy} = 103,2 \text{ Kgf}$$

$R_{axial} = 320,8$ Kgf

Diagrama de Momento



Plano XZ



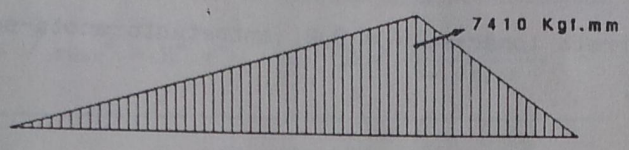
$\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma M_A = 0$ ou $\Sigma M_B = 0$

$\Sigma M_A = 0$

$80 . R_{Bxz} = 494,0 . 60 \Rightarrow R_{Bxz} = 370,5$ Kgf

$\Sigma M_B = 0$

$80 . R_{Axz} = 494,0 . 20 \Rightarrow R_{Axz} = 123,5$ Kgf



$M_{fxz} = 7410$ Kgf.mm

- Momentos Totais:

Torção: $M_t = 18,0$ kgf.m

Flexão: $M_f = \sqrt{M^2_{fxy} + M^2_{fxz}} \Rightarrow M_f = \sqrt{6192^2 + 7410^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow M_f \cong 9656 \Rightarrow M_f = 9,7$ Kgf.m

A seção que deve ser verificada é a estriada. Nesta seção tem-se Flexão Alternada Simétrica e Torção Constante. Também existe uma tensão normal devido a força axial, entretanto esta tensão é desprezível face à tensão provocada pelo momento fletor.

- Estimativa do diâmetro do eixo

Momento combinado :

$$M_c = \sqrt{M_f^2 + \left(\alpha . \frac{M_t}{2} \right)^2}$$

para $\begin{cases} \sigma f & \text{alternada} \\ \tau t & \text{pulsatória} \end{cases}$ $\alpha = 1,0$

para $\begin{cases} \sigma f & \text{alternada} \\ \tau t & \text{alternada} \end{cases}$ $\alpha = 1,7$

para $\begin{cases} \sigma f & \text{alternada} \\ \tau f & \text{contínua} \end{cases}$ $\alpha = 0,8$

Seria o correto tomar-se $\alpha = 0,8$, entretanto adota-se $\alpha = 1$ em favor da segurança.

$$Mc = \sqrt{Mf^2 + Mt^2/4} = \sqrt{9,7^2 + 18,0^2/4}$$

$$Mc = 13,3 \text{ Kgf}$$

2 - Cálculo ou estimativa do diâmetro

$$\bar{d}c = 2,17.\sqrt[3]{\frac{Mc}{\sigma adm}} \quad \text{onde} \quad \sigma adm = \frac{\sigma Rt}{S}$$

coeficiente de segurança S

$S \simeq 5$ até 7 dependendo da periculosidade

$$\therefore \quad \sigma adm = \frac{90}{6} = 15,0 \text{ Kgf/mm}^2$$

$$\bar{d} = 2,17.\sqrt[3]{\frac{13,3.10^3}{15,0}} \Rightarrow \bar{d} = 20,8 \text{ mm}$$

levando-se em conta a fadiga,

$$d \simeq (1,10 - 1,30).\bar{d} \Rightarrow \boxed{d = 25,0 \text{ mm}}$$

A partir daqui calcula-se a Tensão de Confronto e a Tensão Admissível de Fadiga.

- Cálculo da Tensão de Confronto

Tipos de Solicitação:

Flexão e Torção

Tipos de Variação de Solicitação:

Flexão ⇒ Solicitação Alternada Simétrica

Torção ⇒ Solicitação Constante

Caracterizado o caso C, onde:

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 . \tau^2} \quad e \quad H = \frac{\sigma_{FAf} . \beta_{KFt}}{\tau_e . \beta_{KFAf}}$$

Cálculo das tensões máximas :

$$|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$$

$$\sigma_{max} = \frac{32 . M_f}{\pi . d^3} = \frac{32 . 9700}{\pi . 25^3} = 6,32 \ Kgf/mm^2$$

$$\tau_{max} = \frac{16 . M_t}{\pi . d^3} = \frac{16 . 18000}{\pi . 25^3} = 5,87 \ Kgf/mm^2$$

Como curiosidade pode-se verificar qual seria a influência da tensão normal devido à força axial que foi desprezada.

$$\sigma_N = \frac{F_a}{A} = \frac{4 . F_a}{\pi . d^2} = \frac{4 . 320,8}{\pi . 25^2} = 0,65 \ Kgf/mm^2$$

o que é aproximadamente 10% de σ_{max}.

- Cálculo da constante H

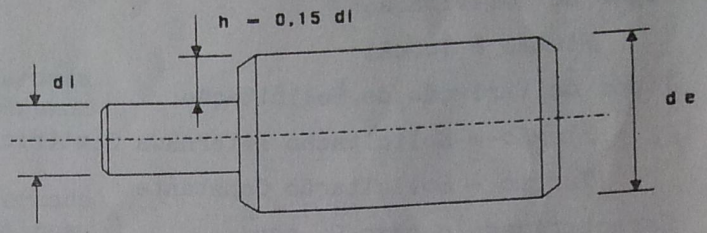
$$H = \frac{\sigma_{FAf} . \beta_{KFt}}{\tau_e . \beta_{KFAf}}$$

Material SAE 8620 - σ_{Rt} = 90 Kgf/mm^2

Gráfico 1 Aço Liga σ_{Rt} = 90 Kgf/mm2 → σ_{FAf} = 48,0 Kgf/mm^2
Apost. FAdiga

- Cálculo do coeficiente de entalhe para solicitação à flexão alternada simétrica

β_{KFAf} = ?



tipo de entalhe :

eixo com variação de diâmetro (estriado)

$de = di + 2h \Rightarrow de = di + 0,30di$

$de = 1,3di \quad \therefore \quad \frac{de}{di} = 1,3$

Admitindo-se o raio de concordância r igual a h :

$r = 0,15\ di$
$h = 0,15\ di$ ou $\frac{r}{di} = 0,15$

Gráfico 15 Apost. Fadiga $\xrightarrow[\sigma_{Rt} = 90\ Kgf/mm2]{r/di = 0,15}$ $\beta_{K2} = 1,50$

Coeficiente de correção C:

Gráfico 16 Apost. Fadiga $\xrightarrow[\text{Flexão}]{d_1/de = 1,30}$ C = 0,62

$\beta_{KFAf} = 1 + C.(\beta_{K2} - 1) = 1 + 0,62.(1,5 - 1)$

$\beta_{KFAf} = 1,31$

- Cálculo do coeficiente de entalhe para solicitações de Torção Constante

β_{KFt} = ?

Gráfico 17 Apost. Fadiga $\xrightarrow[\sigma_{Rt} = 90\ Kgf/mm2]{r/di = 0,15}$ $\beta_{K1,4} = 1,15$

Gráfico 16 Apost. Fadiga $\xrightarrow[\text{Torção}]{de/di = 1,30}$ C = 0,95

$$\beta_{KFt} = 1 + C.(\beta_{K1,4} - 1) = 1 + 0,95.(1,15 - 1)$$

$$\beta_{KFt} = 1,2$$

Observação : No cálculo de β_{KFt} foi utilizado a figura 17 cujos dados são para uma variação de solicitação Alternada Simétrica, e não constante como diz o enunciado do problema. Isto se justifica pelo fato de que não existem dados à respeito dos outros tipos de solicitação.

- Cálculo da Tensão de Escoamento à Torção

para aços $\Rightarrow$ $\tau_e \simeq 0,8.\sigma_e$ $\Rightarrow$ $0,8.70$ Kgf/mm^2

$$\tau_e = 56 \text{ Kgf/mm}^2$$

Agora pode-se calcular H,

$$H = \frac{\sigma_{FAf}.\beta_{KFAt}}{\tau_e.\beta_{KFAf}} = \frac{48.1,20}{56.1,31} = 0,78$$

e consequentemente tem-se :

$$\sigma^* = \sqrt{6,32^2 + 0,78^2.5,87^2} = \boxed{7,80 \text{ Kgf/mm}^2}$$

- Cálculo da Tensão Admissível

$$\sigma_{Fadm} = \frac{\sigma_{FAf}.b_1.b_2.b_3}{\beta_{KFAf}.\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}$$

$$\sigma_{FAf} = 48 \text{ Kgf/mm}^2$$

$$\beta_{KFAf} = 1,31$$

b_1 : Gráfico 22 Apost. Fadiga $\xrightarrow[\text{curva C}]{\sigma_{Rt} = 90 \text{ Kgf/mm2}}$ $b_1 = 0,92$

b_2 : Gráfico 21 Apost. Fadiga $\xrightarrow{d = 25 \text{ mm}}$ $b_2 = 0,93$

b_3 : Seção Circular $\longrightarrow$ $b_3 = 1,0$

η_1 - Não se tem possibilidade de verificação quanto possíveis falhas metalúrgicas, nem quanto ao tratamento térmico.

$$\eta_1 \simeq 1,0 \text{ até } 1,2 \quad \therefore \quad \eta_1 = 1,2$$

η_2 - Fez-se simplificações nas condições de vínculos. O eixo apesar de hiperestático, foi tratado como isostático na obtenção das reações. Foi também simplificado o tipo de entalhe.

$$\eta_2 \simeq 1,10 \text{ até } 1,25 \text{ ou } \eta_2 \simeq 1,25 \text{ até } 1,50$$

$$\therefore \quad \eta_2 = 1,30$$

η_3 - A fresadora em questão é parte de uma linha de produção, e a eventual falha trará grandes prejuízos.

$$\eta_3 \simeq 1,0 \text{ até } 1,25 \quad \therefore \quad \eta_3 = 1,25$$

η_4 - A carga aplicada foi determinada com bastante segurança. Entretanto desprezou-se a carga axial.

$$\eta_4 \simeq 1,0 \text{ até } 1,20 \quad \therefore \quad \eta_4 = 1,10$$

Caso o problema traga a carga como um dado, $\eta_4 = 1,0$.

η_5 - Grupo II $\therefore$ $\eta_5 = 1,30$

$$\sigma_{Fadm} = \frac{48.0,92.0,93.1,0}{1,31.1,2.1,30.1,25.1,10.1,30} = 11,24 \text{ Kgf/mm}^2$$

$$\boxed{\sigma_{Fadm} = 11,24 \text{ Kgf/mm}^2 > 7,80 \text{ Kgf/mm}^2}$$

Observação : Nos casos práticos é interessante que a tensão admissível exceda a tensão de confronto em no máximo 10%.

No exemplo em questão, deve ser feita nova verificação para um novo diâmetro.

Deve ser notado ainda que o diâmetro verificado é sempre o menor di.

EESC-USP Biblioteca CAMPUS SÃO CARLOS